

**СПбГУТ им. проф. М.А. Бонч-Бруевича**

***Основы  
инфокоммуникационных  
систем***

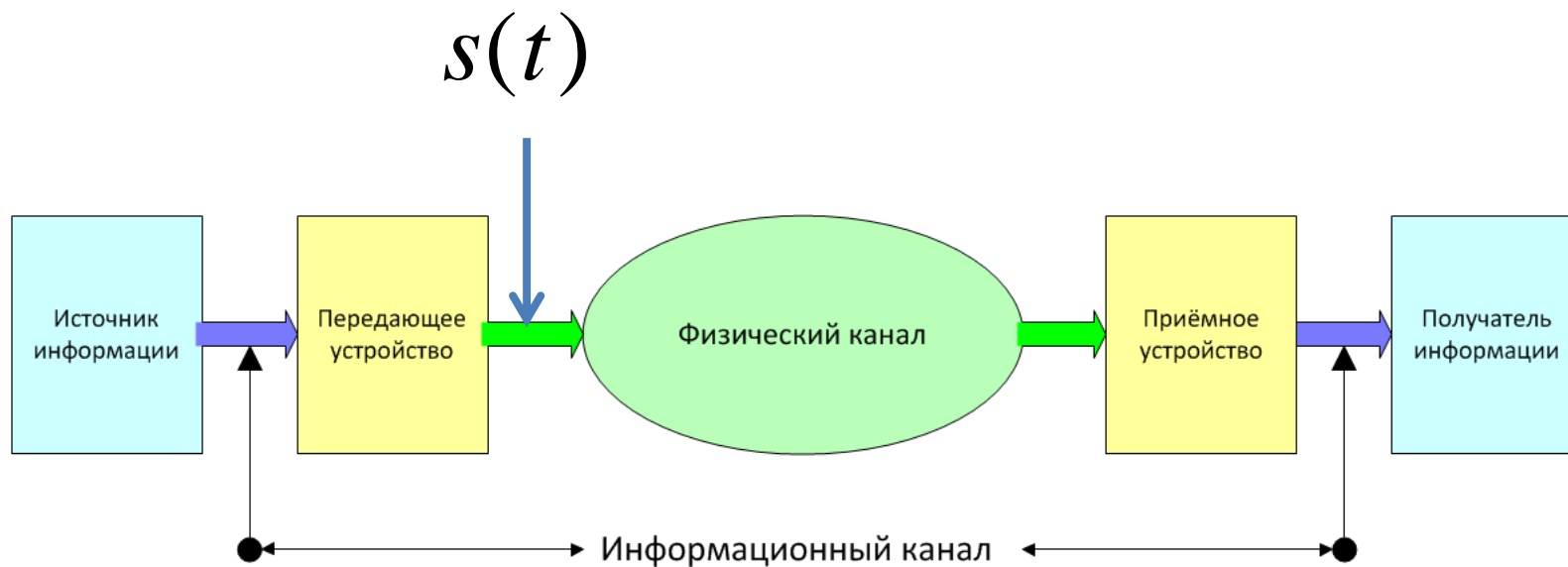
**2016 г.**

# Приём цифровых сигналов

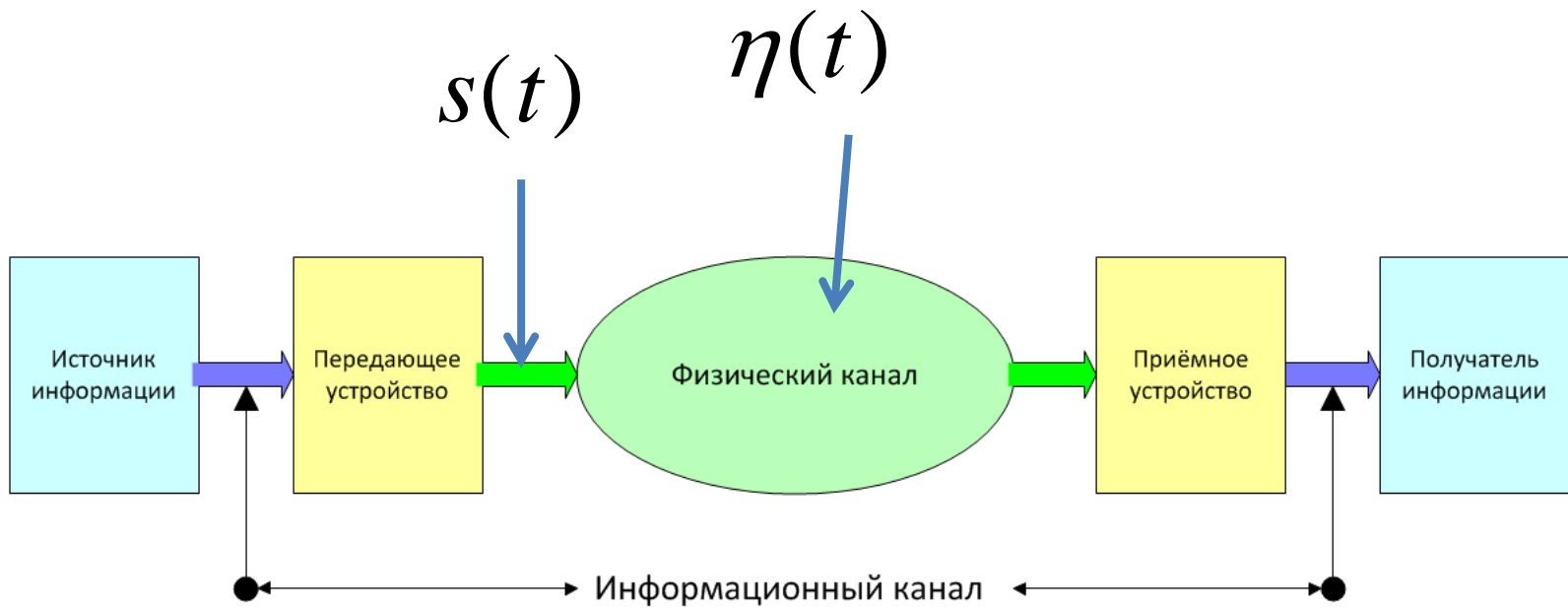
# Основные понятия



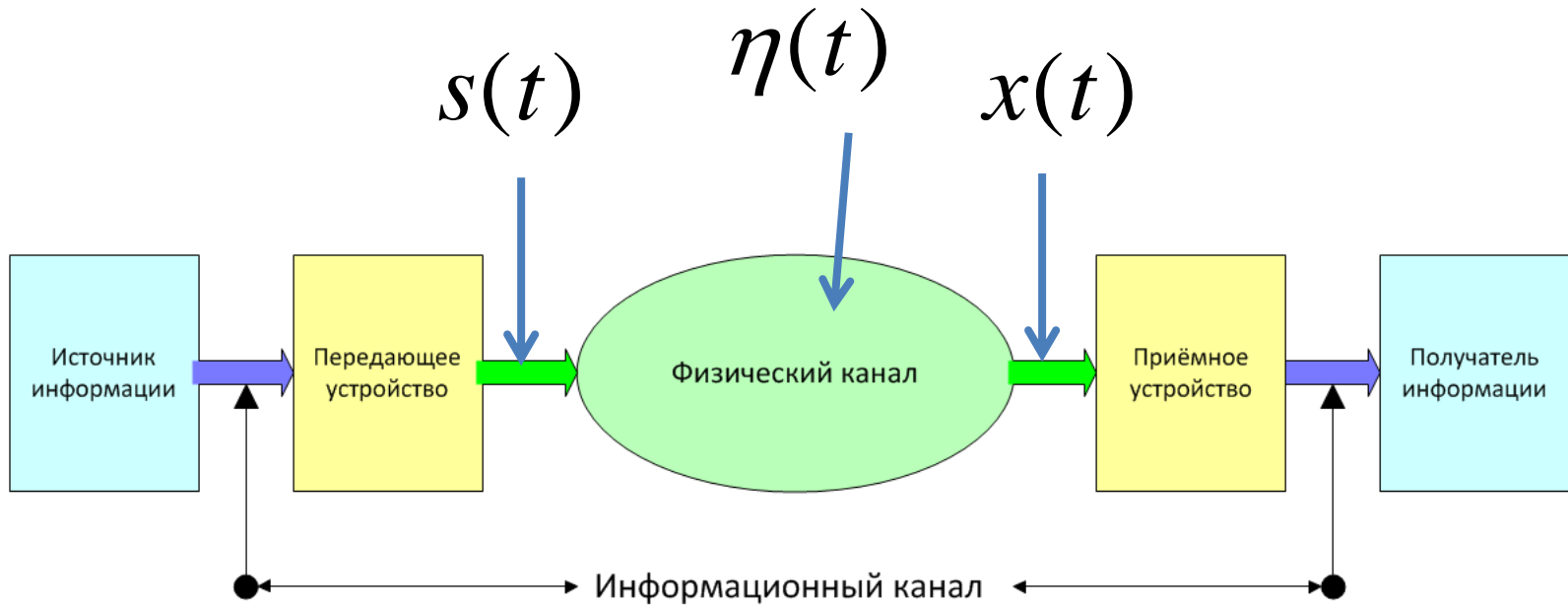
# Основные понятия



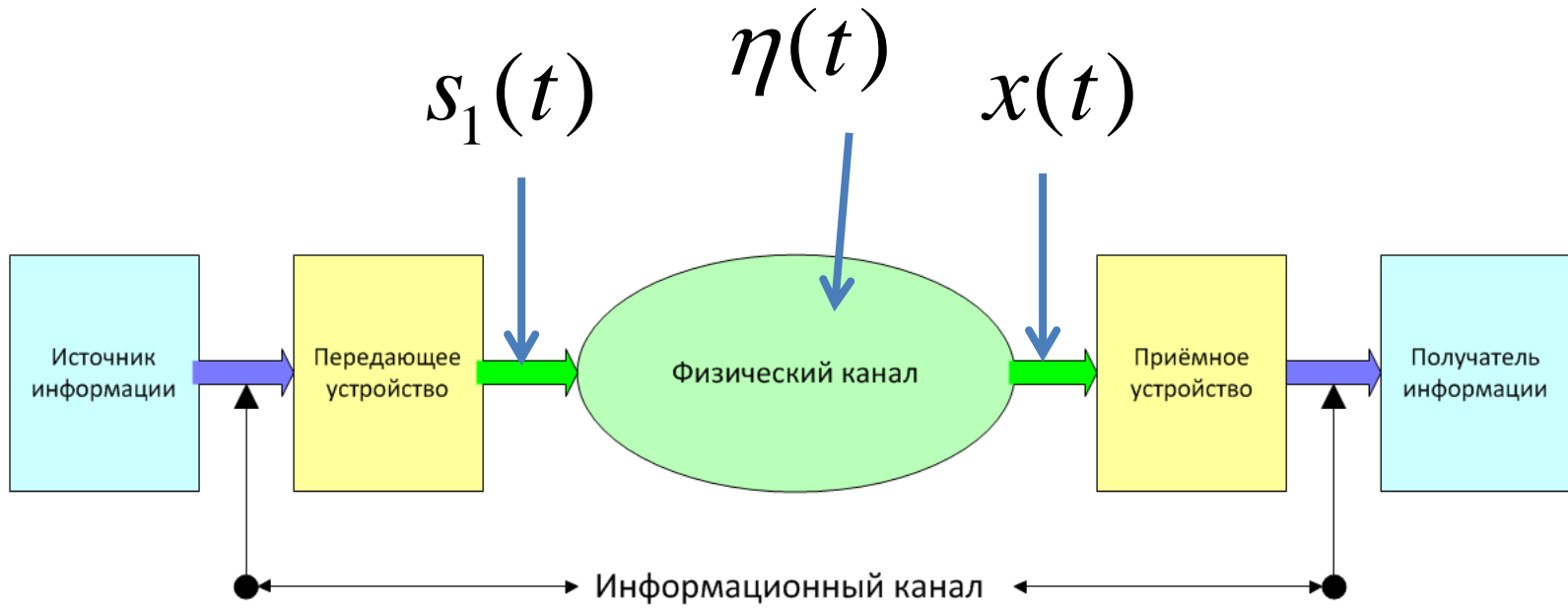
# Основные понятия



# Основные понятия

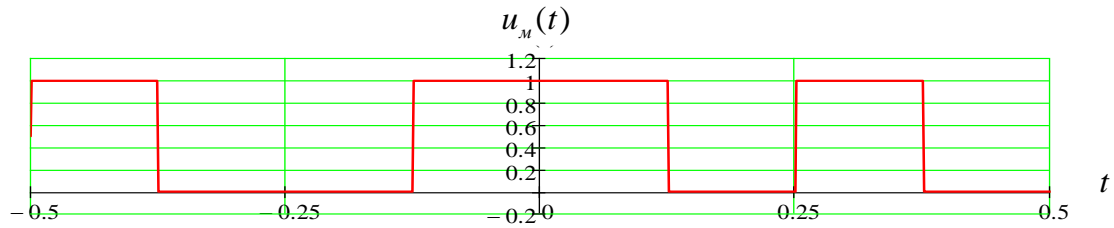


# Основные понятия



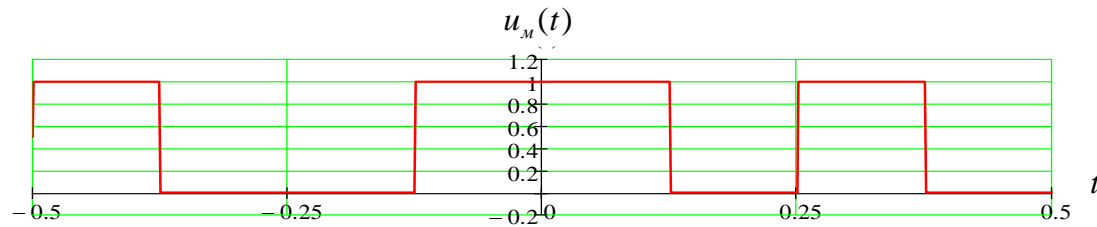
$$x(t) = s_2(t) + \eta(t)$$

# Алфавит сигналов



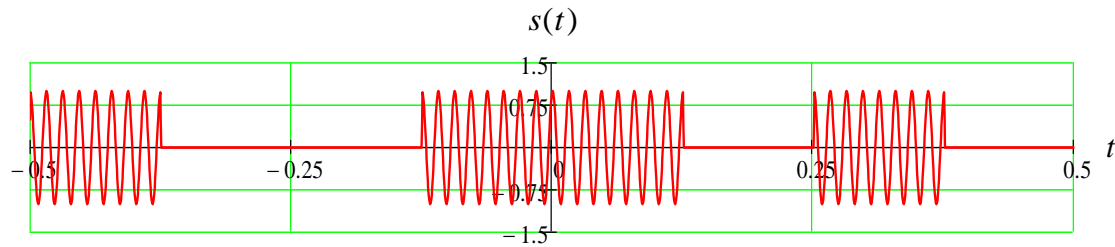


# Алфавит сигналов

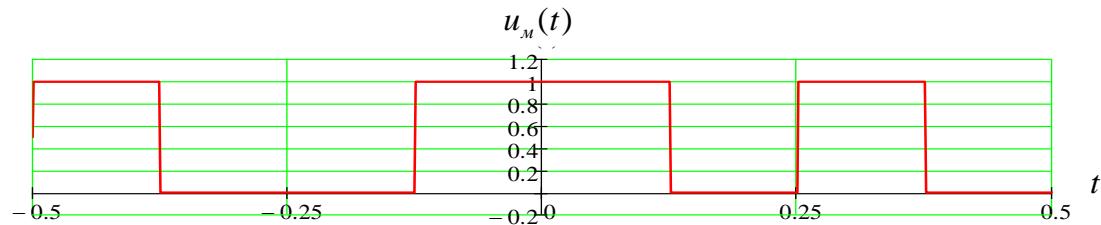


Бинарный алфавит сигналов:

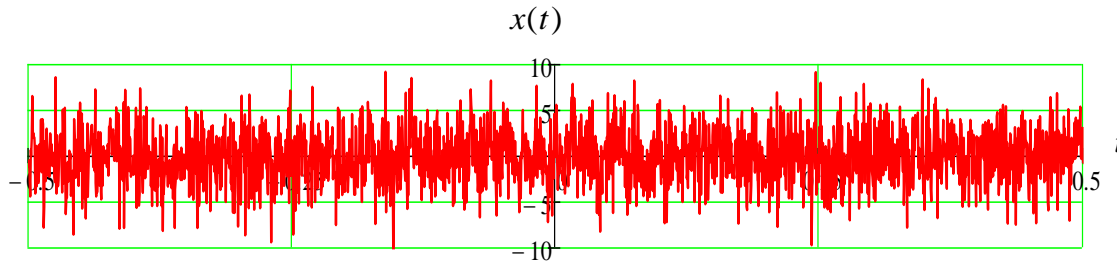
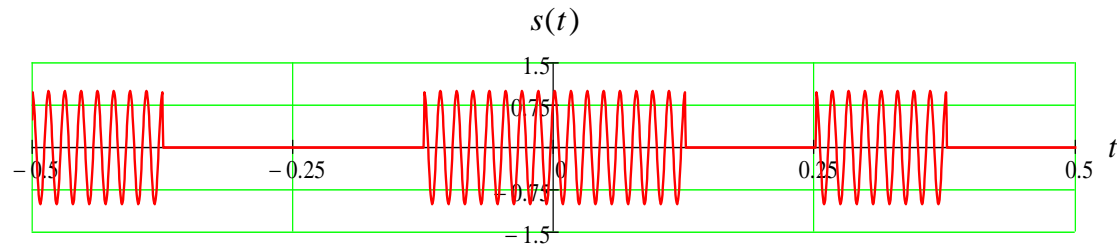
$1 \rightarrow s_1(t); \quad 0 \rightarrow s_0(t)$



# Алфавит сигналов

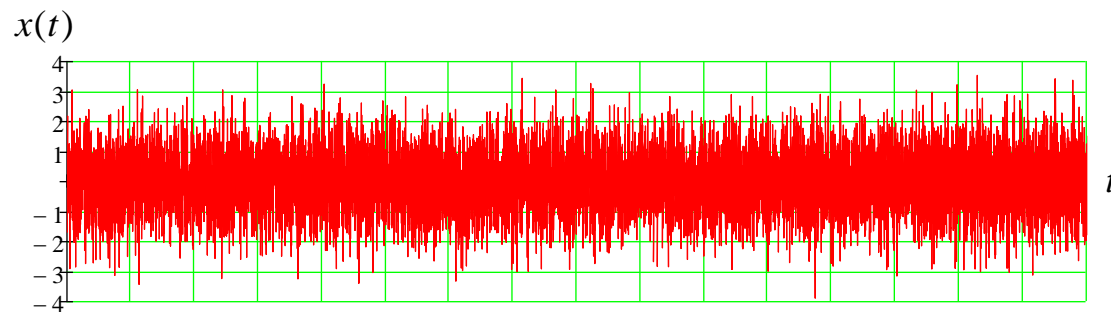


Бинарный алфавит сигналов:  $1 \rightarrow s_1(t); \quad 0 \rightarrow s_0(t)$



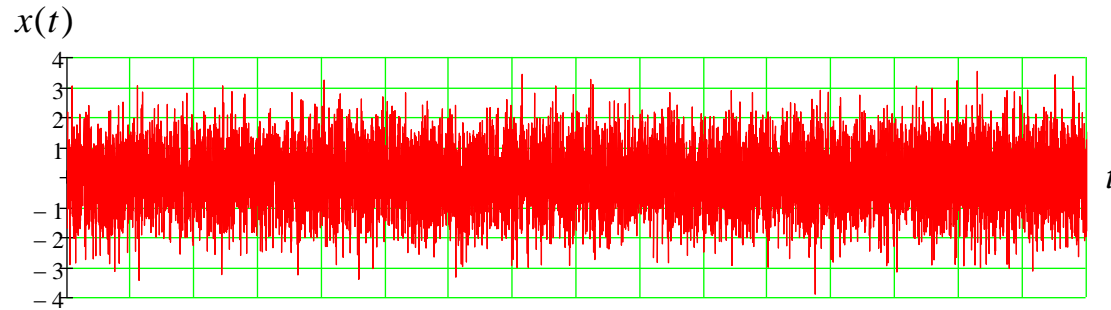
$$x(t) = s_n(t) + \eta(t); \quad n = 0 \text{ или } 1;$$

# Помеха "белый шум"



Случайное колебание с нормальным распределением мгновенных значений

# Помеха "белый шум"



Случайное колебание с нормальным распределением мгновенных значений

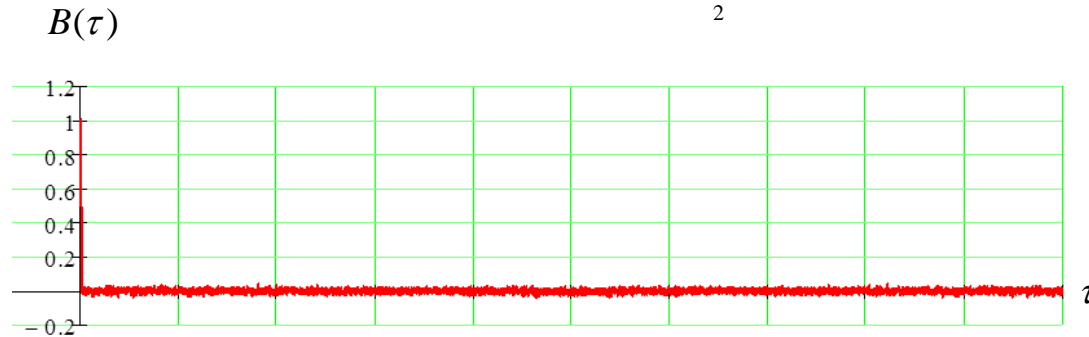
*Автокорреляционная функция*

$$B(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cdot x(t + \tau) dt ; \quad B(0) < \infty;$$

# Помеха "белый шум"

*Автокорреляционная функция*

$$B(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cdot x(t + \tau) dt ; \quad B(0) < \infty;$$

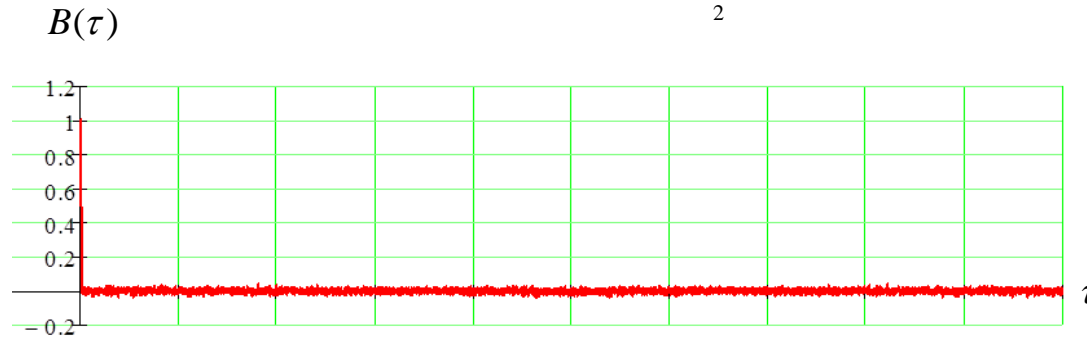


Оценка автокорреляционной функции

# Помеха "белый шум"

*Автокорреляционная функция*

$$B(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cdot x(t + \tau) dt ; \quad B(0) < \infty;$$



Оценка автокорреляционной функции

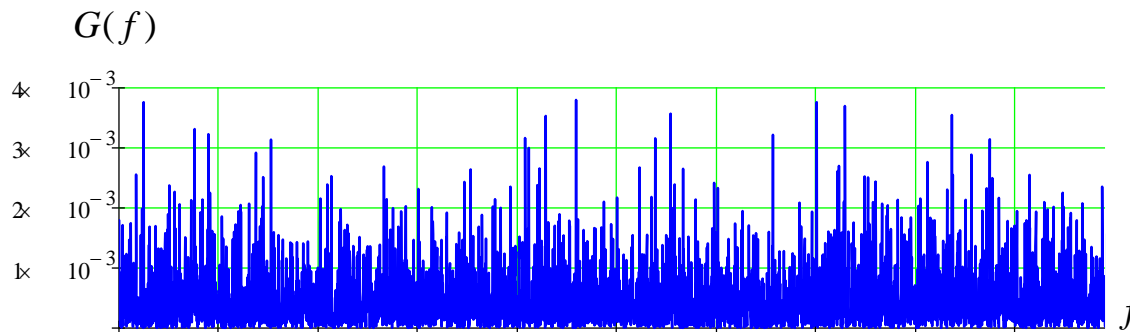
*Энергетический спектр (спектр мощности)*

$$G(\omega) = 2 \cdot \int_0^{\infty} B(\tau) \cdot \cos(\omega \cdot \tau) \cdot d\tau \quad \langle \text{Вт} \cdot \text{с} \rangle$$

# Помеха "белый шум"

Энергетический спектр (спектр мощности)

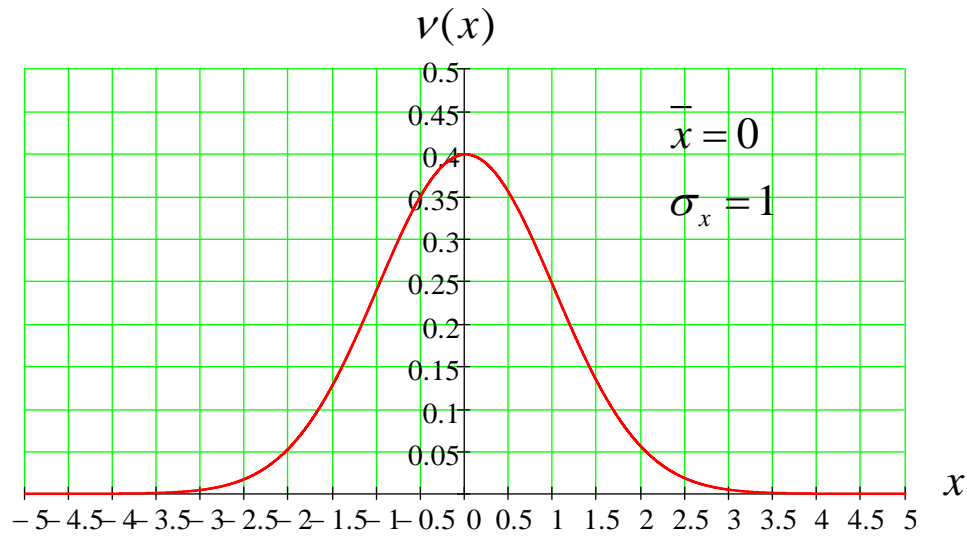
$$G(\omega) = 2 \cdot \int_0^{\infty} B(\tau) \cdot \cos(\omega \cdot \tau) \cdot d\tau \quad \langle \text{Вт} \cdot \text{с} \rangle$$



$$G_{\eta} = G_0 \approx 2 \cdot 10^{-4}$$

Оценка энергетического спектра (спектр мощности)

# Помеха "белый шум"



$$v(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_x}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2 \cdot \sigma_x^2}}$$

$$D_x = \sigma_x^2$$



# Бинарный алфавит сигналов

$1 \rightarrow s_1(t); \quad 0 \rightarrow s_0(t);$

# Бинарный алфавит сигналов

$$1 \rightarrow s_1(t); \quad 0 \rightarrow s_0(t);$$

$$x(t) = s_n(t) + \eta(t); \quad n = 0 \text{ или } 1;$$

# Бинарный алфавит сигналов

$$1 \rightarrow s_1(t); \quad 0 \rightarrow s_0(t);$$

$$x(t) = s_n(t) + \eta(t); \quad n = 0 \text{ или } 1;$$

*Энергетическое расстояние :*

$$D_{xs}^2 = \int_{t \in T_0} [x(t) - s_n(t)]^2 \cdot \partial t;$$

# Когерентный метод приёма бинарных сигналов

$$x(t) = s_n(t) + \eta(t); \quad n = 0 \text{ или } 1;$$

Энергия вариантов сигнала одинакова

$$W_1 = W_0 = W \neq 0;$$

# Когерентный метод приёма бинарных сигналов

$$x(t) = s_n(t) + \eta(t); \quad n = 0 \text{ или } 1;$$

Энергия вариантов сигнала одинакова  $W_1 = W_0 = W \neq 0$ ;

$$D_{x0}^2 = \int_{t \in T_0} [x(t) - s_0(t)]^2 \cdot \partial t = \int_{t \in T_0} [s_n(t) + \eta(t) - s_0(t)]^2 \cdot \partial t;$$
$$D_{x1}^2 = \int_{t \in T_0} [x(t) - s_1(t)]^2 \cdot \partial t = \int_{t \in T_0} [s_n(t) + \eta(t) - s_1(t)]^2 \cdot \partial t;$$

# Когерентный метод приёма бинарных сигналов

$$x(t) = s_n(t) + \eta(t); \quad n = 0 \text{ или } 1;$$

Энергия вариантов сигнала одинакова  $W_1 = W_0 = W \neq 0$ ;

$$D_{x0}^2 = \int_{t \in T_0} [x(t) - s_0(t)]^2 \cdot \partial t = \int_{t \in T_0} [s_n(t) + \eta(t) - s_0(t)]^2 \cdot \partial t;$$

$$D_{x1}^2 = \int_{t \in T_0} [x(t) - s_1(t)]^2 \cdot \partial t = \int_{t \in T_0} [s_n(t) + \eta(t) - s_1(t)]^2 \cdot \partial t;$$

$$D_{x0}^2 = W + W_\eta - 2 \cdot \int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_0(t) \cdot \partial t;$$

$$D_{x1}^2 = W + W_\eta - 2 \cdot \int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t;$$

# Когерентный метод приёма бинарных сигналов

$$x(t) = s_n(t) + \eta(t); \quad n = 0 \text{ или } 1;$$

Энергия вариантов сигнала одинакова  $W_1 = W_0 = W \neq 0$ ;

$$D_{x0}^2 = \int_{t \in T_0} [x(t) - s_0(t)]^2 \cdot \partial t = \int_{t \in T_0} [s_n(t) + \eta(t) - s_0(t)]^2 \cdot \partial t;$$

$$D_{x1}^2 = \int_{t \in T_0} [x(t) - s_1(t)]^2 \cdot \partial t = \int_{t \in T_0} [s_n(t) + \eta(t) - s_1(t)]^2 \cdot \partial t;$$

$$D_{x0}^2 = W + W_\eta - 2 \cdot \int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_0(t) \cdot \partial t;$$

$$D_{x1}^2 = W + W_\eta - 2 \cdot \int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t;$$

*Правило принятия решения о принятом варианте сигнала*

$$\int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_0(t) \cdot \partial t > \int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t \rightarrow s_0(t) \rightarrow 0$$
$$\int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_0(t) \cdot \partial t < \int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t \rightarrow s_1(t) \rightarrow 1$$

# Когерентный метод приёма бинарных сигналов

$$x(t) = s_n(t) + \eta(t); \quad n = 0 \text{ или } 1;$$

$$\int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_0(t) \cdot \partial t > \int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t \rightarrow s_0(t) \rightarrow 0$$
$$\int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_0(t) \cdot \partial t < \int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t \rightarrow s_1(t) \rightarrow 1$$

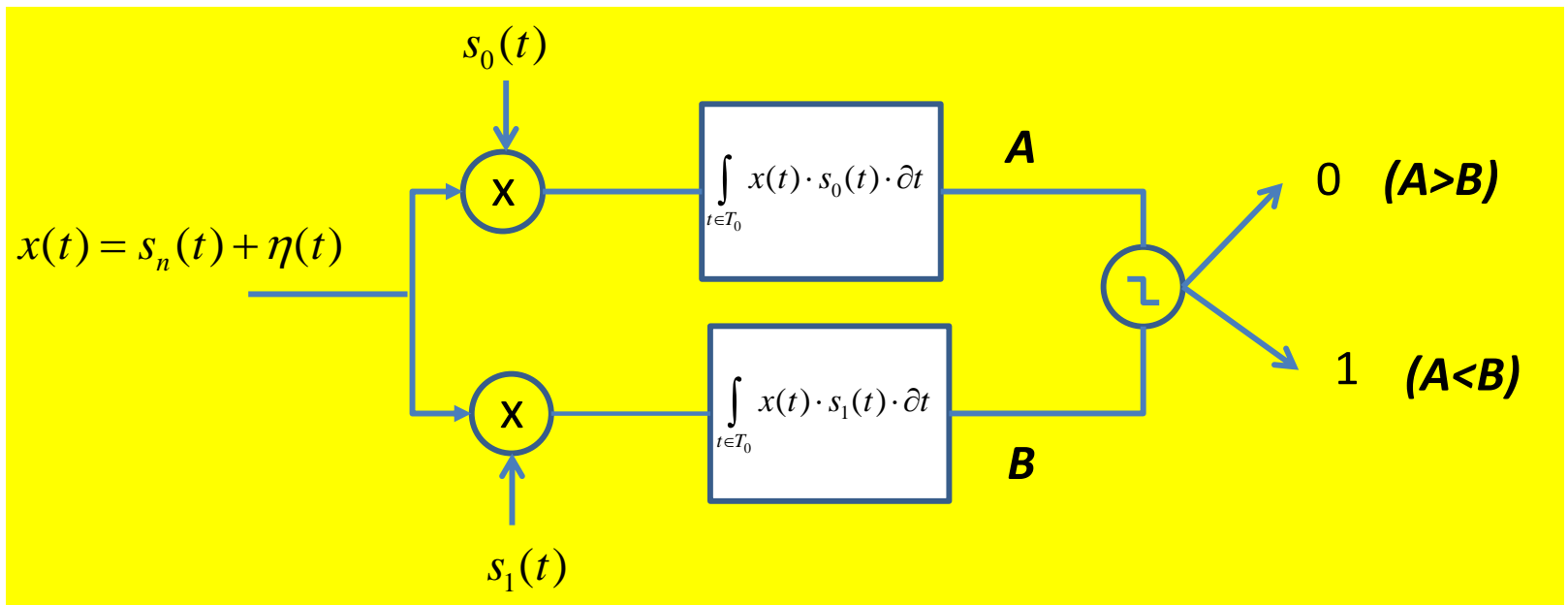


# Когерентный метод приёма бинарных сигналов

$$x(t) = s_n(t) + \eta(t); \quad n = 0 \text{ или } 1;$$

$$\int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_0(t) \cdot \partial t > \int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t \rightarrow s_0(t) \rightarrow 0$$

$$\int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_0(t) \cdot \partial t < \int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t \rightarrow s_1(t) \rightarrow 1$$



# Когерентный метод приёма бинарных сигналов

$$x(t) = s_n(t) + \eta(t); \quad n = 0 \text{ или } 1;$$

## *Противоположные сигналы*

$$s_1(t) = -s_0(t); \quad W_1 = W_0 = W \neq 0;$$

# Когерентный метод приёма бинарных сигналов

$$x(t) = s_n(t) + \eta(t); \quad n = 0 \text{ или } 1;$$

## *Противоположные сигналы*

$$s_1(t) = -s_0(t); \quad W_1 = W_0 = W \neq 0;$$

$$\int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t > 0 \rightarrow s_1(t) \rightarrow 1$$

$$\int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t < 0 \rightarrow s_0(t) \rightarrow 0$$

# Когерентный метод приёма бинарных сигналов

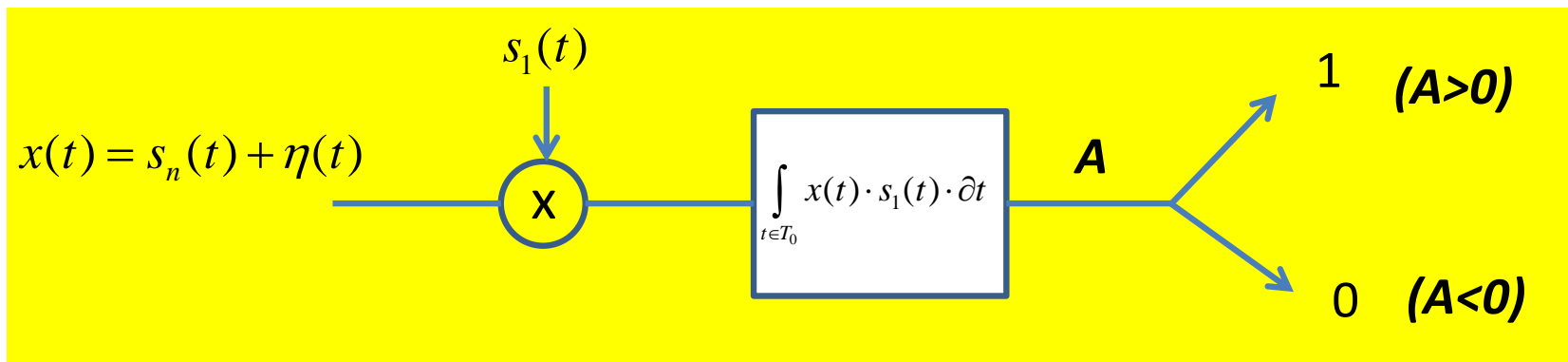
$$x(t) = s_n(t) + \eta(t); \quad n = 0 \text{ или } 1;$$

## Противоположные сигналы

$$s_1(t) = -s_0(t); \quad W_1 = W_0 = W \neq 0;$$

$$\int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t > 0 \rightarrow s_1(t) \rightarrow 1$$

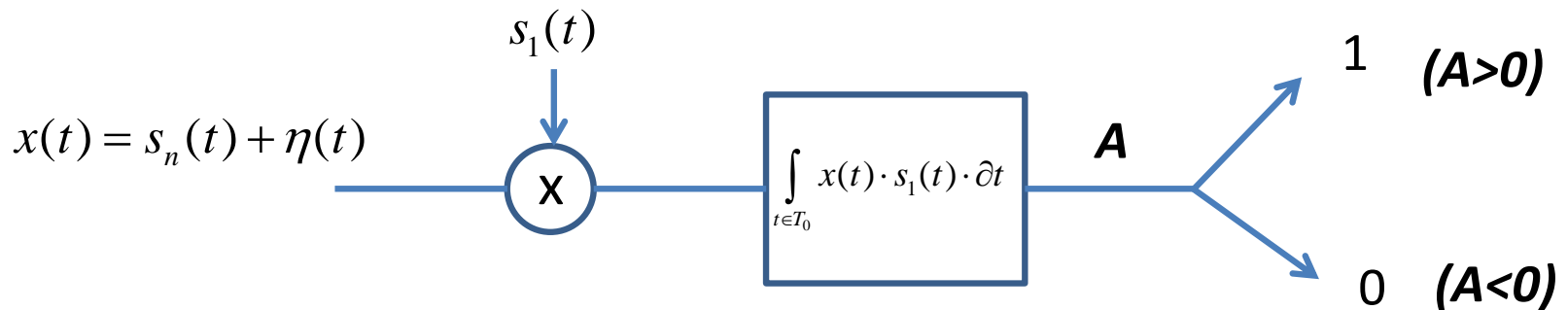
$$\int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t < 0 \rightarrow s_0(t) \rightarrow 0$$



# Когерентный метод приёма бинарных сигналов

$$x(t) = s_n(t) + \eta(t); \quad n = 0 \text{ или } 1;$$

**Противоположные сигналы**  $s_1(t) = -s_0(t); \quad W_1 = W_0 = W \neq 0;$

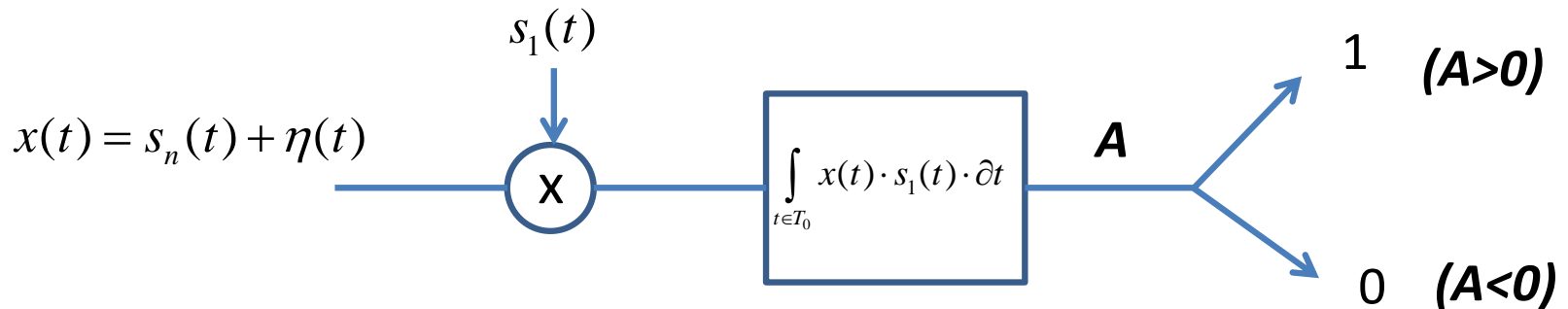


$$A = \int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t = \int_{t \in T_0} [s_n(t) + \eta(t)] \cdot s_1(t) \cdot \partial t = \int_{t \in T_0} s_n(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t + \int_{t \in T_0} \eta(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t ;$$

# Когерентный метод приёма бинарных сигналов

$$x(t) = s_n(t) + \eta(t); \quad n = 0 \text{ или } 1;$$

**Противоположные сигналы**  $s_1(t) = -s_0(t); \quad W_1 = W_0 = W \neq 0;$



$$A = \int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t = \int_{t \in T_0} [s_n(t) + \eta(t)] \cdot s_1(t) \cdot \partial t = \int_{t \in T_0} s_n(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t + \int_{t \in T_0} \eta(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t ;$$

$$A = \pm W + \sqrt{W \cdot G_\eta} \cdot \Theta$$

$G_\eta$   $\langle \text{Вт} \cdot \text{с} \rangle \rightarrow$  спектральная плотность мощности помехи,

$\Theta \rightarrow$  нормально - распределенная случайная величина  $\bar{\Theta} = 0; \quad D_\Theta = 1.$

# Когерентный метод приёма бинарных сигналов

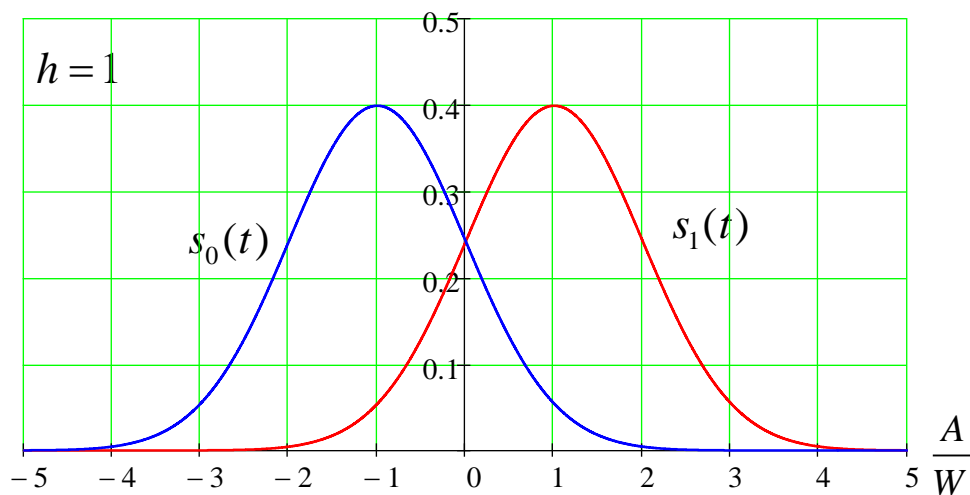
$$A = \pm W + \sqrt{W \cdot G_\eta} \cdot \Theta$$

*Отношение сигнал/помеха*

$$h^2 = \frac{W}{G_\eta};$$

$$A = \pm W + \frac{W}{h} \cdot \Theta = W \cdot \left( \pm 1 + \frac{\Theta}{h} \right);$$

$$\nu\left(\frac{A}{W}\right)$$



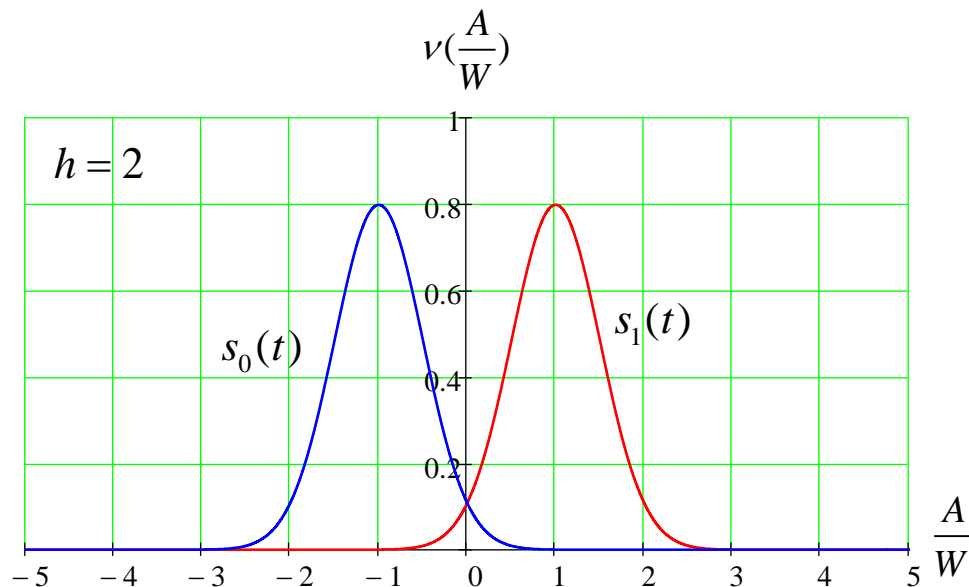
# Когерентный метод приёма бинарных сигналов

$$A = \pm W + \sqrt{W \cdot G_\eta} \cdot \Theta$$

*Отношение сигнал/помеха*

$$h^2 = \frac{W}{G_\eta};$$

$$A = \pm W + \frac{W}{h} \cdot \Theta = W \cdot \left( \pm 1 + \frac{\Theta}{h} \right);$$





# Когерентный метод приёма бинарных сигналов

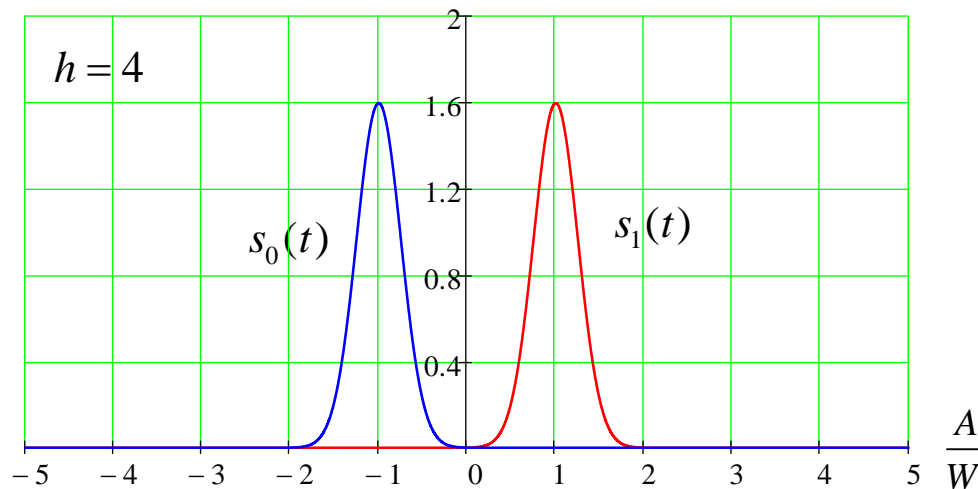
$$A = \pm W + \sqrt{W \cdot G_\eta} \cdot \Theta$$

*Отношение сигнал/помеха*

$$h^2 = \frac{W}{G_\eta};$$

$$A = \pm W + \frac{W}{h} \cdot \Theta = W \cdot \left( \pm 1 + \frac{\Theta}{h} \right);$$

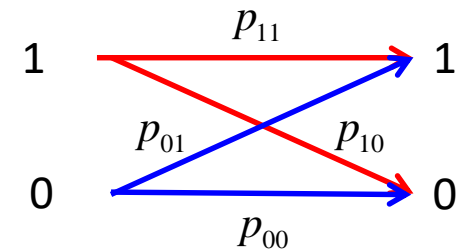
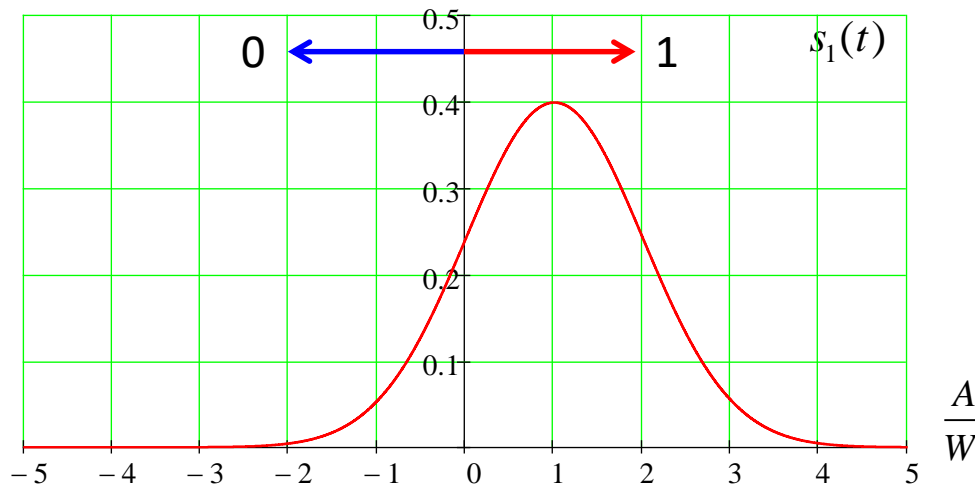
$$v\left(\frac{A}{W}\right)$$



# Вероятность ошибки

$$A = \pm W + \frac{W}{h} \cdot \Theta = W \cdot \left( \pm 1 + \frac{\Theta}{h} \right);$$

$$v\left(\frac{A}{W}\right)$$

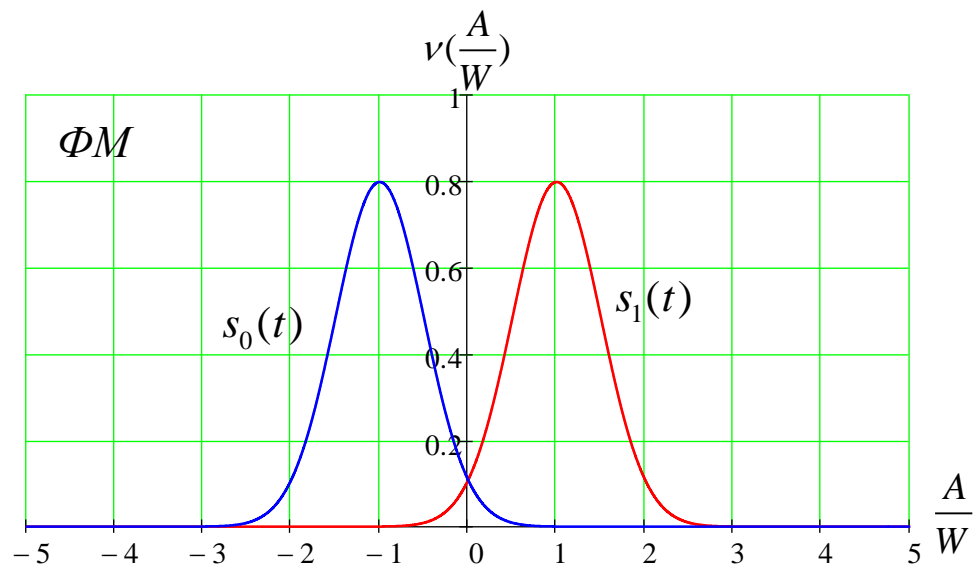


$p_{11}$  и  $p_{00}$  - вероятности правильного приёма  $s_1(t)$  и  $s_0(t)$ ;

$p_{10}$  и  $p_{01}$  - вероятности ошибки приёма  $s_1(t)$  и  $s_0(t)$ ;

$$p_{11} + p_{10} = 1; \quad p_{00} + p_{01} = 1;$$

# Вероятность ошибки



# Когерентный метод приёма АМ сигналов

$$x(t) = s_n(t) + \eta(t); \quad n = 0 \text{ или } 1;$$

Энергия вариантов сигнала  $W_1 = W; \quad W_0 = 0;$

$$D_{x0}^2 = \int_{t \in T_0} [x(t) - s_0(t)]^2 \cdot \partial t = \int_{t \in T_0} [s_n(t) + \eta(t)]^2 \cdot \partial t;$$

$$D_{x1}^2 = \int_{t \in T_0} [x(t) - s_1(t)]^2 \cdot \partial t = \int_{t \in T_0} [s_n(t) + \eta(t) - s_1(t)]^2 \cdot \partial t;$$

$$D_{x0}^2 = W_\eta;$$

$$D_{x1}^2 = W + W_\eta - 2 \cdot \int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t;$$

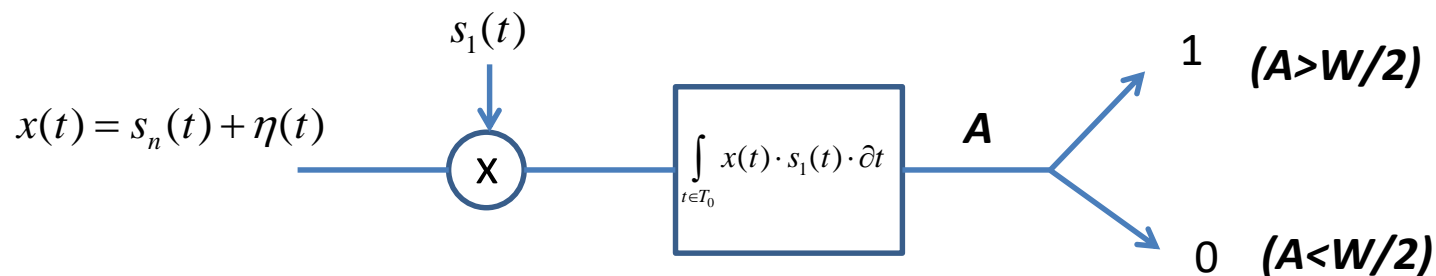
*Правило принятия решения о принятом варианте сигнала*

$$\int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t < \frac{W}{2} \rightarrow s_0(t) \rightarrow 0$$

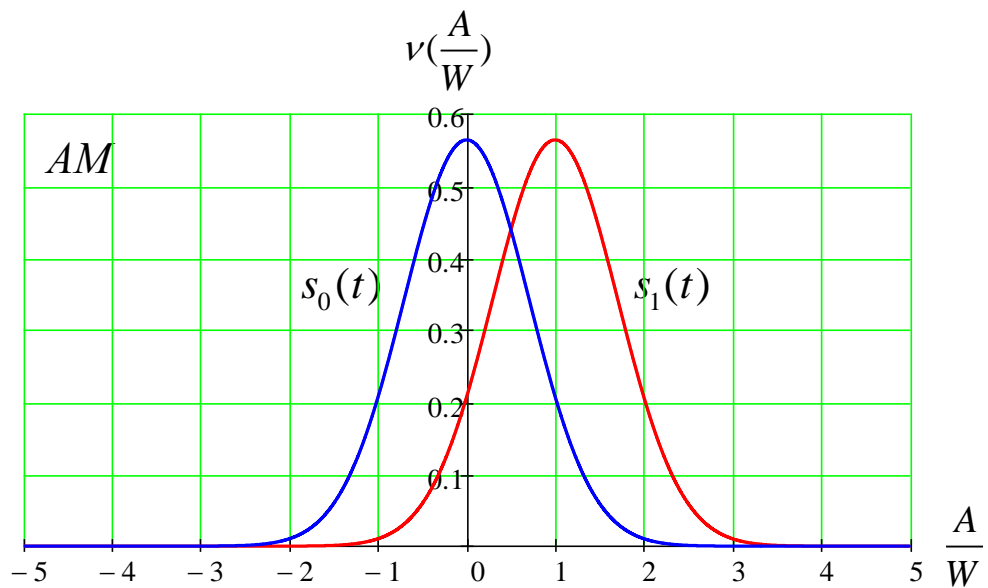
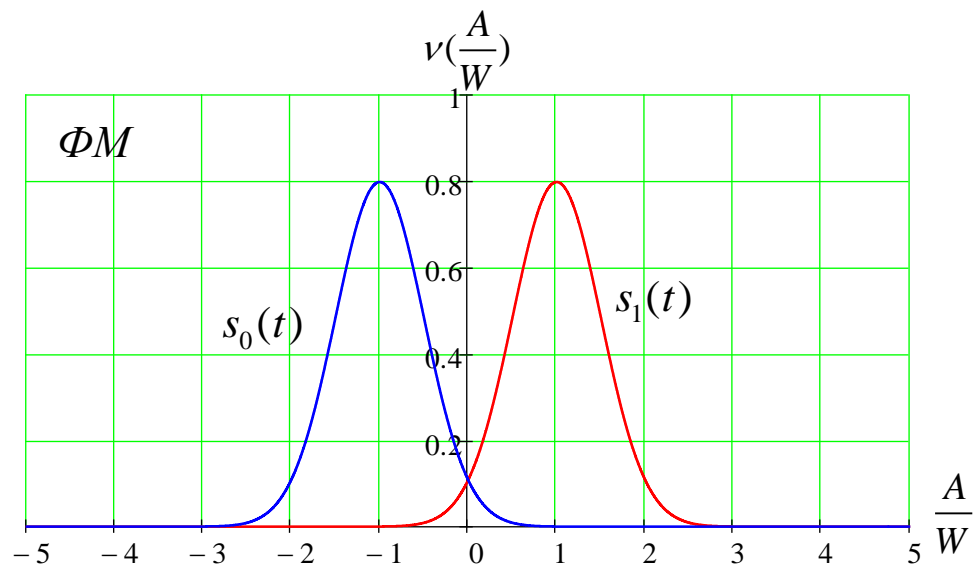
$$\int_{t \in T_0} x(t) \cdot s_1(t) \cdot \partial t > \frac{W}{2} \rightarrow s_1(t) \rightarrow 1$$

# Когерентный метод приёма АМ сигналов

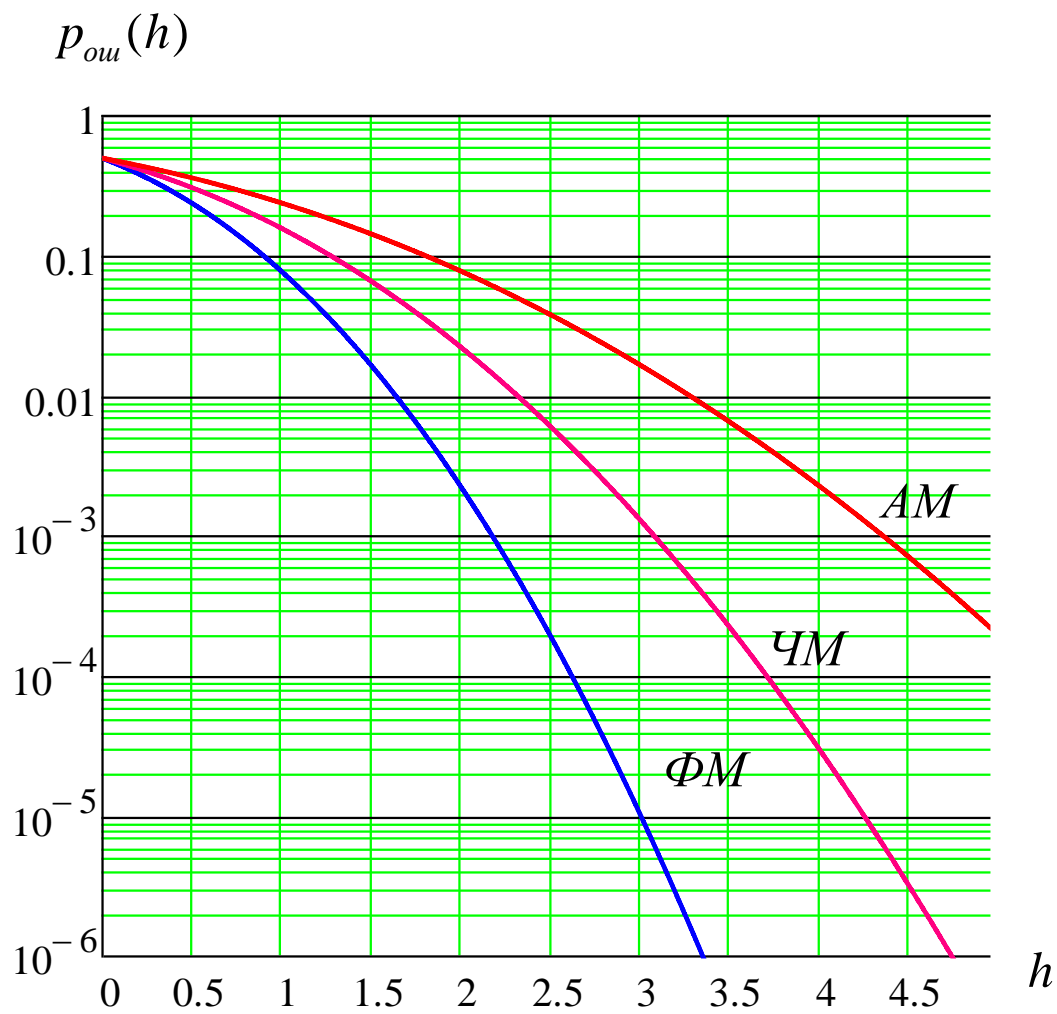
$$x(t) = s_n(t) + \eta(t); \quad n = 0 \text{ или } 1;$$



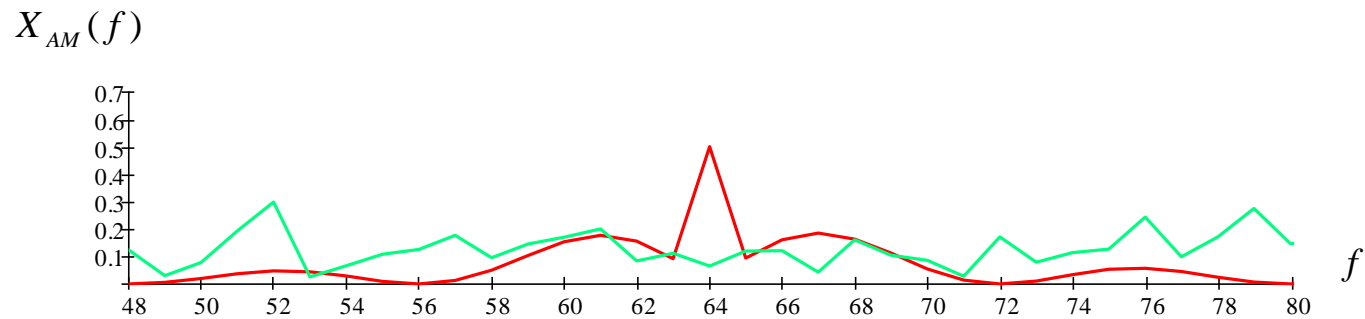
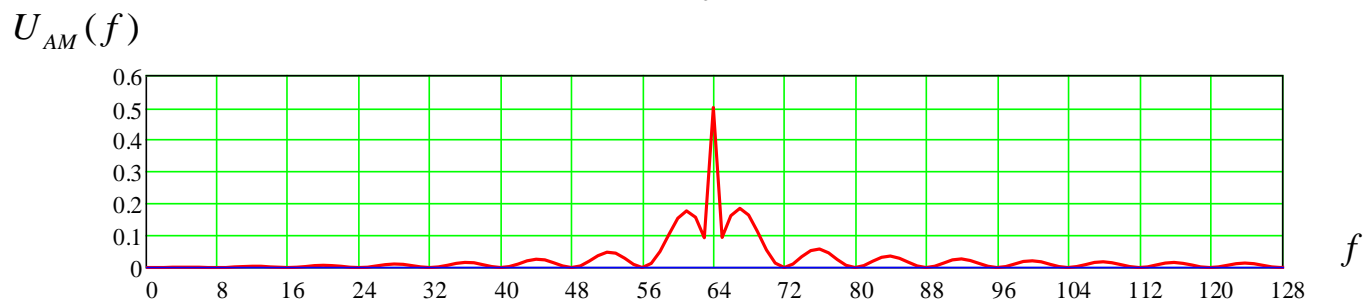
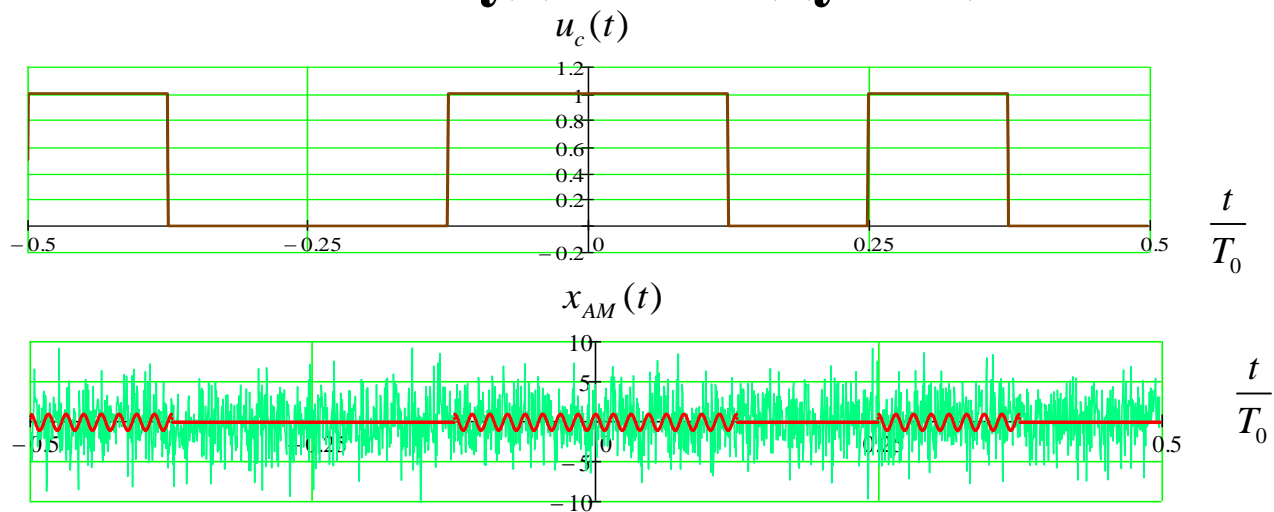
# Вероятность ошибки



# Вероятность ошибки

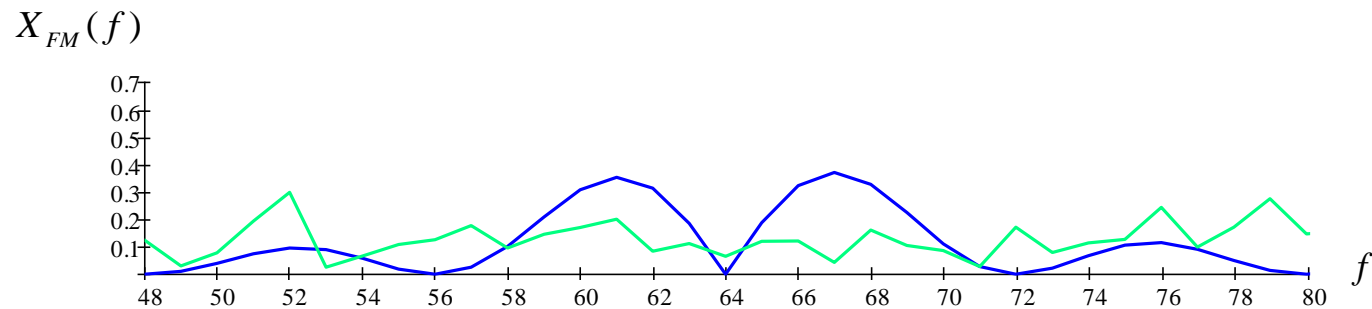
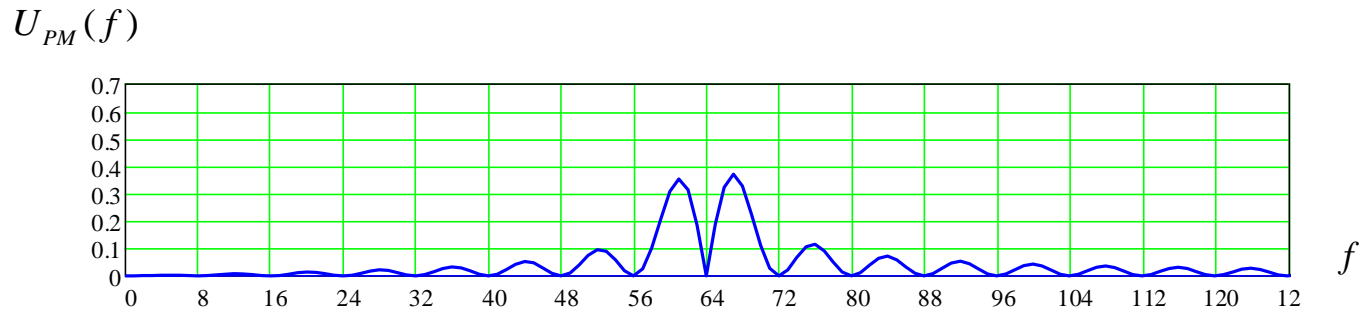
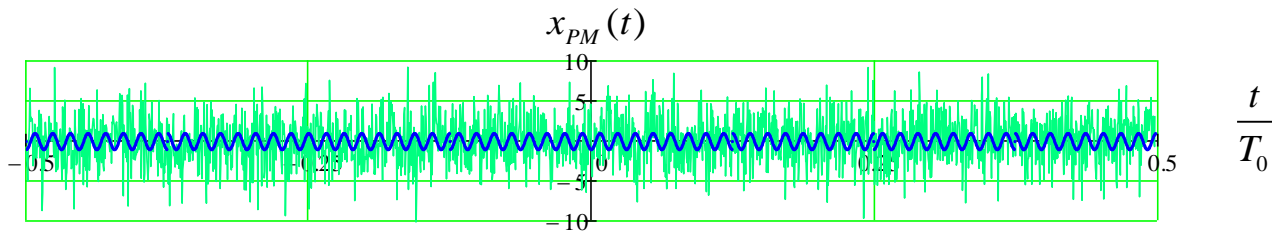
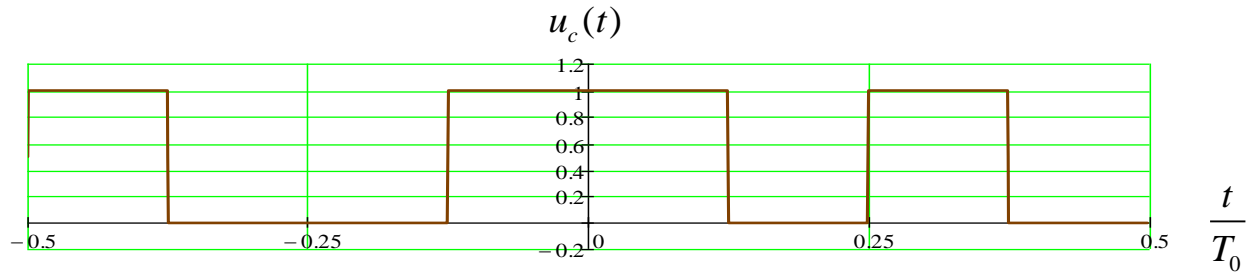


# Амплитудная модуляция

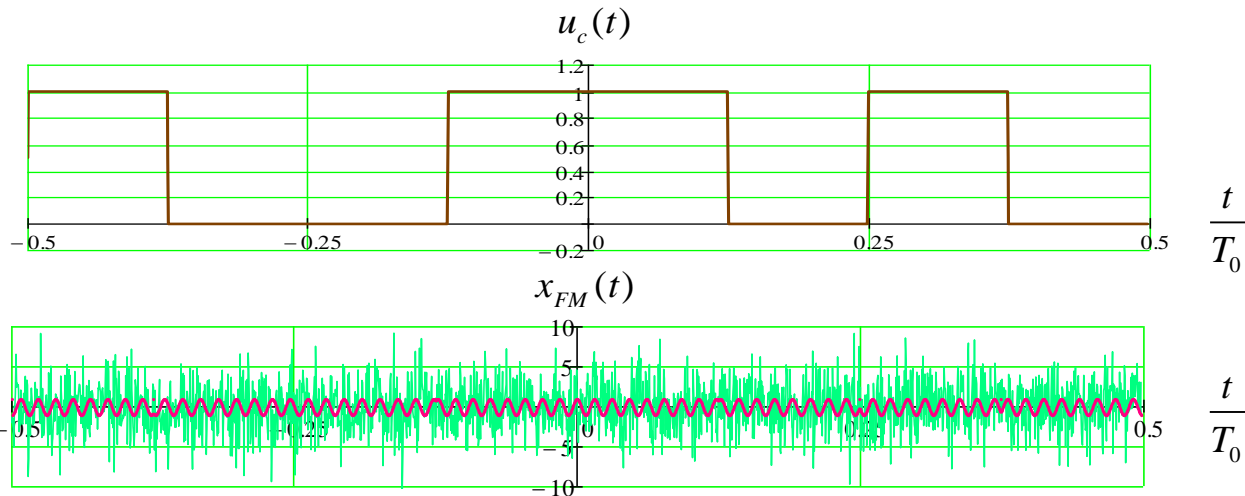




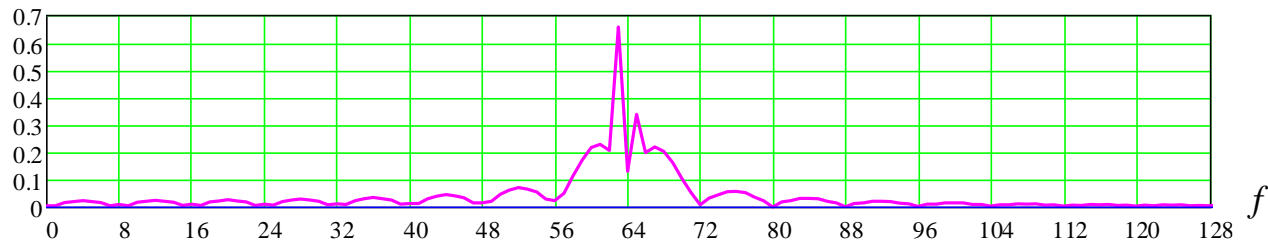
# Фазовая модуляция



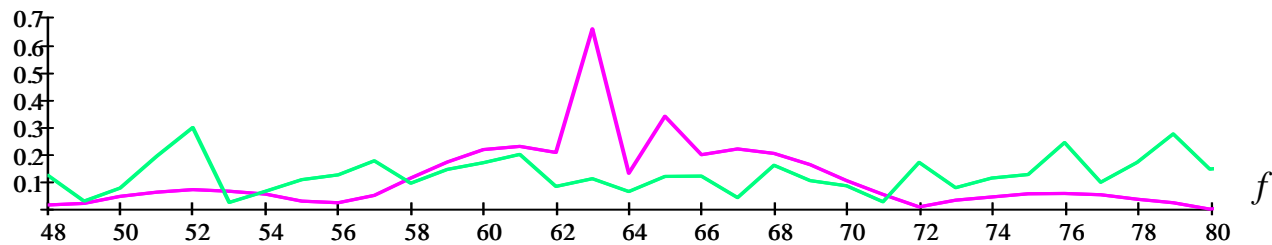
# Частотная модуляция



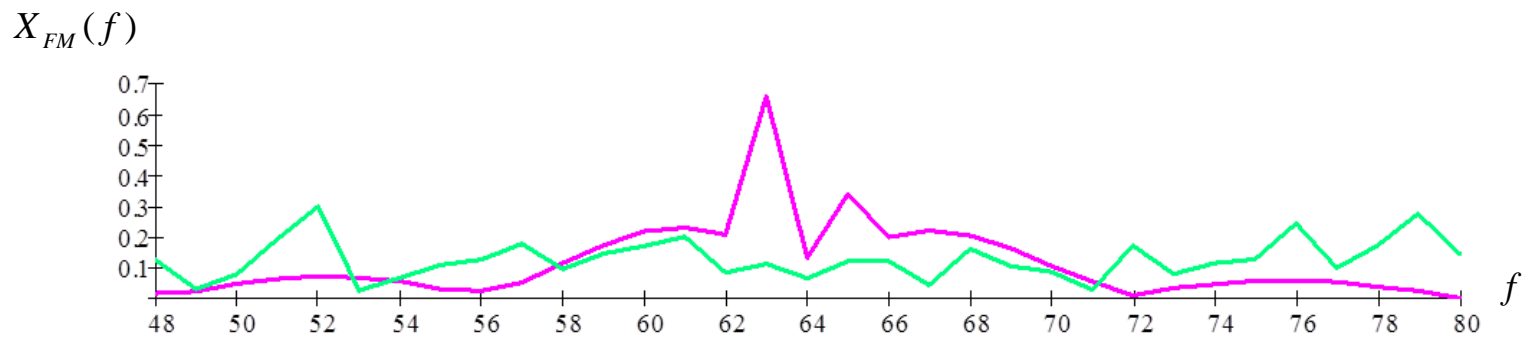
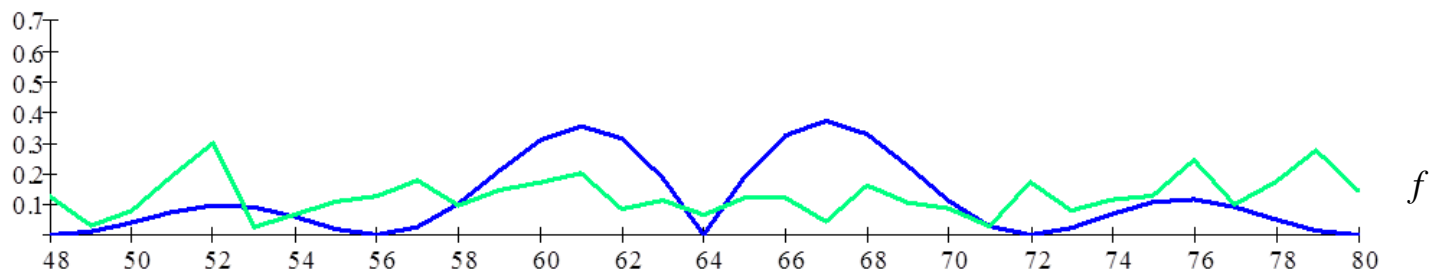
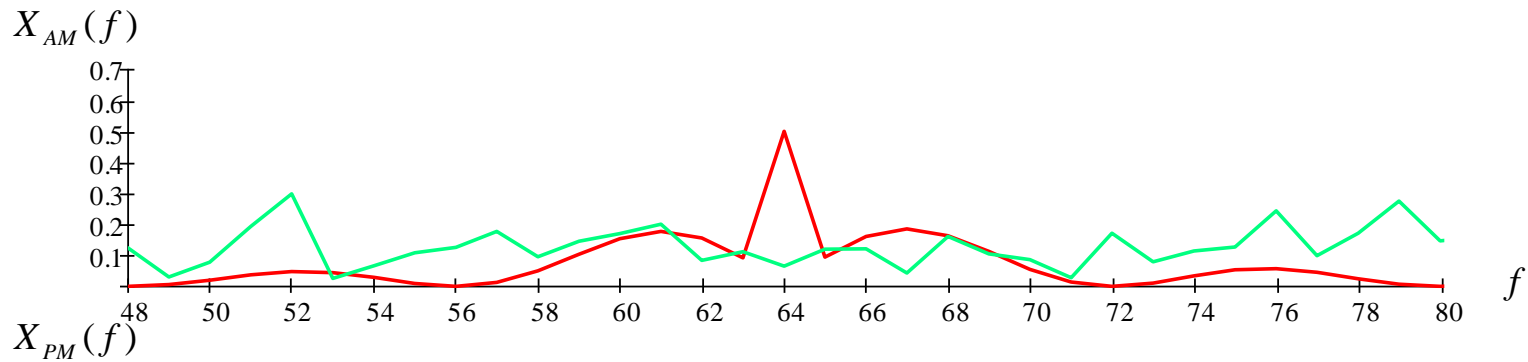
$U_{FM}(f)$



$X_{FM}(f)$



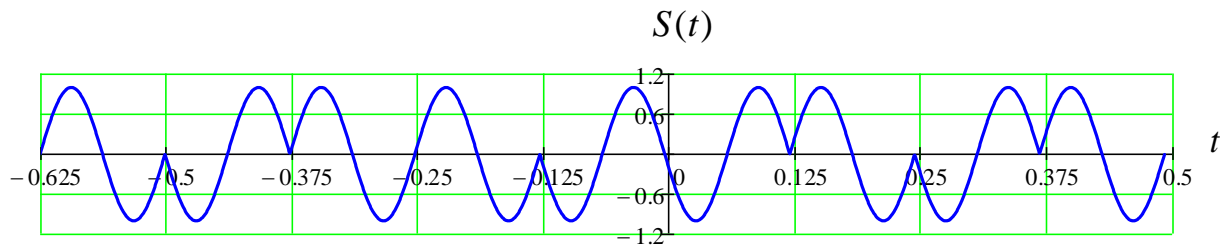
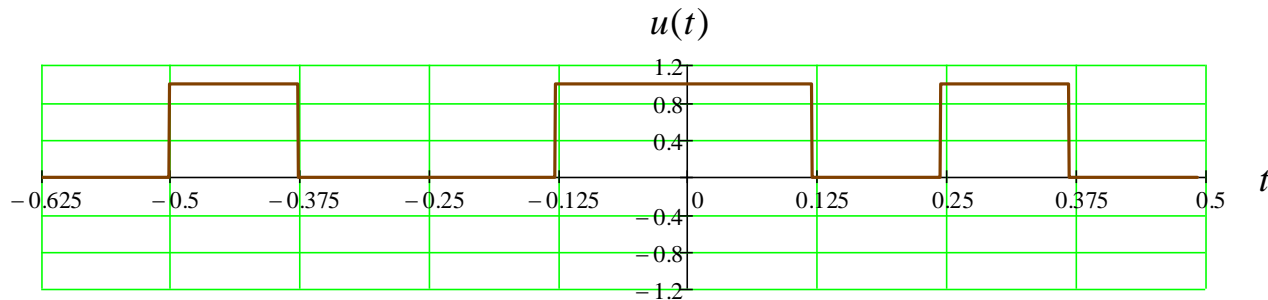
# Сравнение видов модуляции



# Фазоразностная модуляция

*Фазовая модуляция*

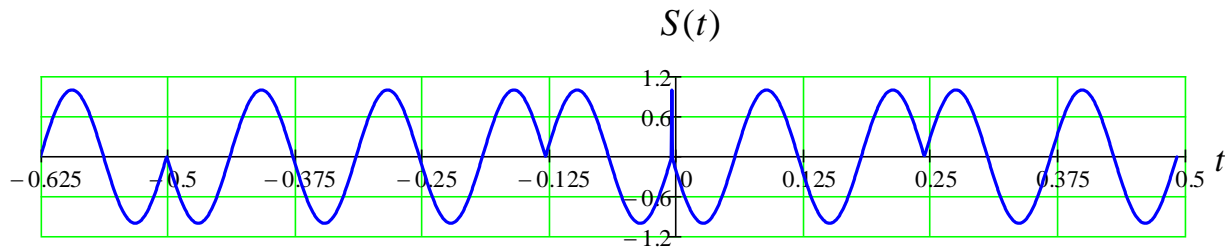
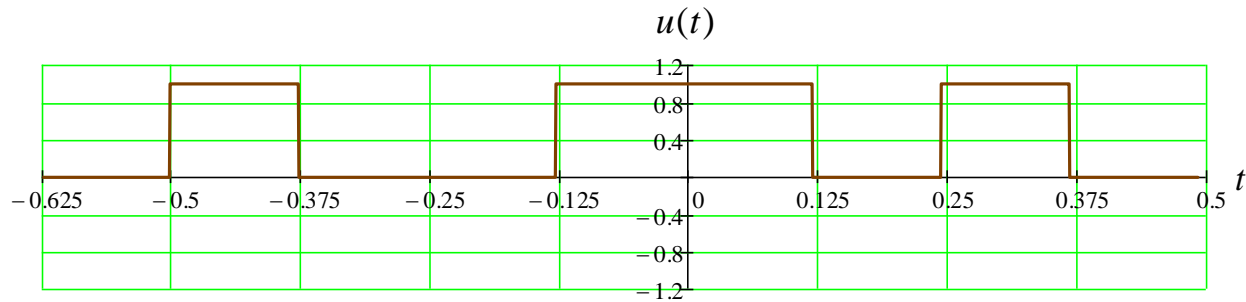
$$u_{\delta l}(t) = U_i \cdot \cos[\omega_i \cdot t + \varphi(t)];$$



# Фазоразностная модуляция

*Фазоразностная модуляция*

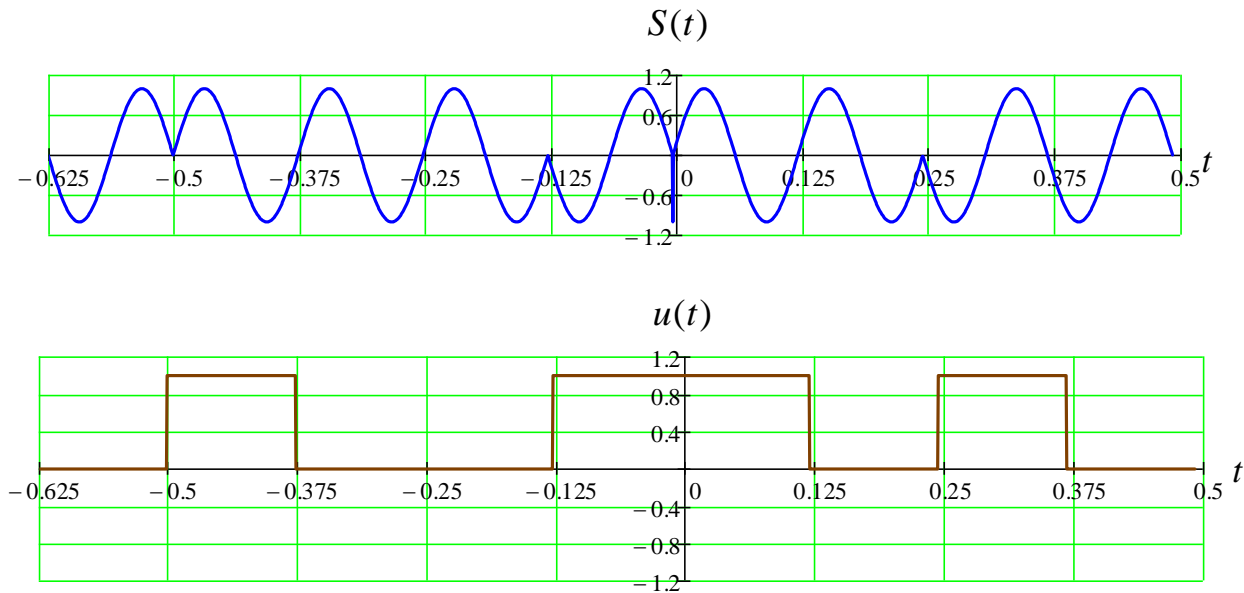
$$u_{\text{ФДМ}}(t) = U_i \cdot \cos[\omega_i \cdot t + \Delta\varphi(t)];$$



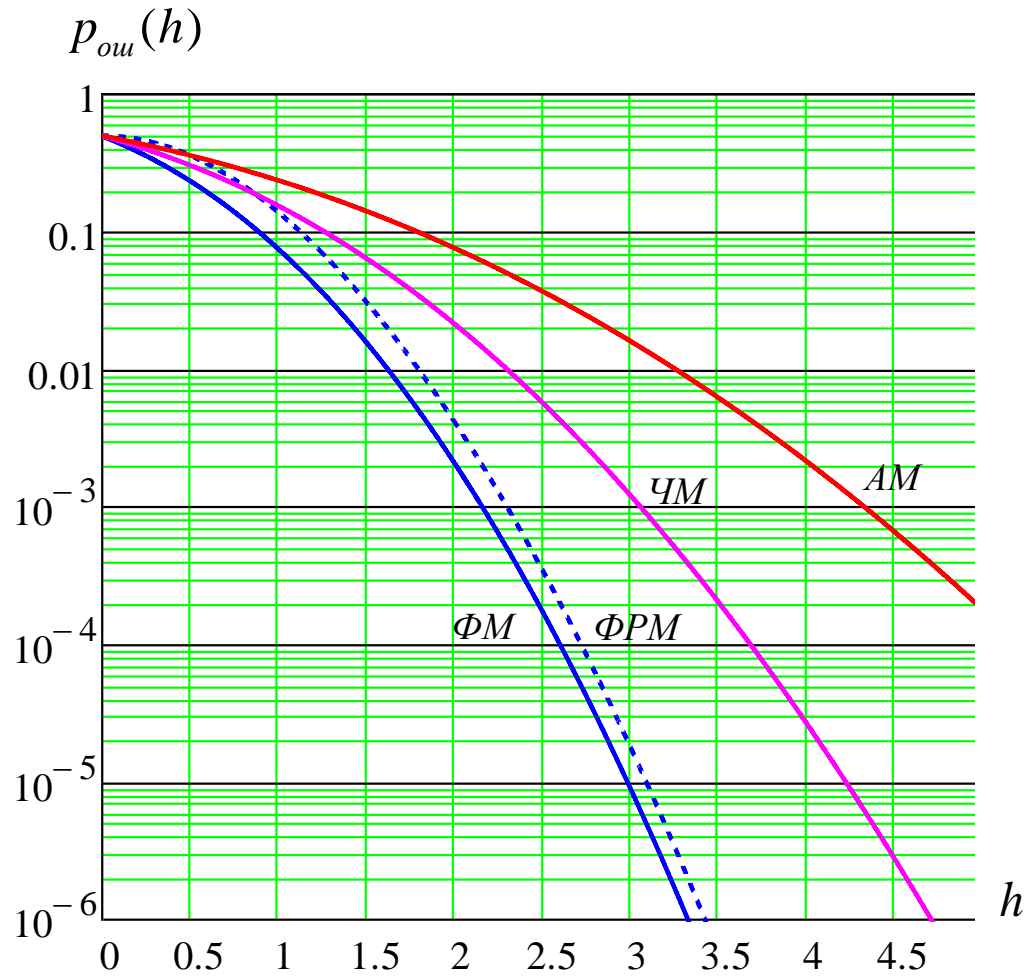
# Фазоразностная модуляция

*Фазоразностная модуляция*

$$u_{\text{ФДМ}}(t) = U_i \cdot \cos[\omega_i \cdot t + \Delta\varphi(t) + \pi];$$



# Фазоразностная модуляция



*Спасибо за внимание.*